MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM ESTRUTURANTE DA FÍSICA: Panorama Histórico e Implicaçoes Educacionais

Mauricio Pietrocola
Faculdade de Educação - USP

VI ESCOLA BRASILEIRA DE ENSINO DE FÍSICA (VI EBEF) – agosto de 2019

Matemática e Ensino de Física

- Objetivo - mostrar como uma concepção ingênua sobre o papel da matemática na constituição do conhecimento físico pode se constituir em um obstáculo didático-pedagógico.
- Base da argumentação:
  - estudo comparativo entre os domínios epistemológico e pedagógico das ciências físicas

Física e os obstáculos à aprendizagem

- conhecimento físico enfrenta muitos obstáculos para ser aprendido e ensinado.
- Muitos desses obstáculos ligados à sua natureza epistemológica
- Conhecimento da física se diferencia de outras formas de conhecimento em vários aspectos:
  - conceitos utilizados
  - método de produção
  - domínio de validade
  - conteúdo empírico e ...., um dos mais marcantes

Linguagem Matemática

- **Matemática base da cultura científica atual**
- No ensino de Física: Matemática considerada como principal fonte de problemas:
  - alunos não sabem lidar com formalismo
- Professores de Física gostariam que seus alunos chegassem com pré-requisitos:

Seria a Matemática apenas um instrumento para o Físico e para o professor de Física?

Qual o papel desempenhado pela Matemática no desenvolvimento do conhecimento científico ?

- Conhecimento constitutivo das ciências naturais:
- Intersecção entre o *concreto* e o *abstrato*, entre a *razão* e à *experiência*

- "*Drama* entre o real e o abstrato simbólico"

(Michel Paty)

Matemática e Realidade

- Lautman, "há um real físico e o milagre a ser explicado é que haja necessidade das teorias matemáticas mais desenvolvidas para explicá-lo"

Fruto de um processo histórico

Trajetória epistemológica

- **3 Grandes Fases:**

- **1ª. Fase) Tradição pitagórica (Antiguidade Grega):**
  - Geometria como linguagem da natureza por excelência;
  - Mundo campo de inspiração e aplicação das relações geométricas;

"As coisas são números"

- **2ª.Fase) Tradição galileana (século XVII):**
  - Matemática como um conhecimento de acesso direto à natureza - "língua "
  - Galileu - Livro da Natureza escrito em linguagem de figuras e números:
  - "Suas letras-tipo são triângulo, círculos e outras figuras geométricas sem as quais seria impossível para um ser humano entender uma única palara dele [livro]."
- "Verdadeira essencial da natureza são os circulos, triângulos e números

3ª Fase) Tradição de Ampère - física-matemática (século XIX):

- "escolher o modo mais radical de abordagem conceitual em vista da matematização (do saber experimental) ... de encurtar ao máximo a distância entre o discurso matemático e os dados concretos que ele está destinado a informar e esclarecer"

Contra toda spsição metafísica – matemática como um suporte para construções mentais - (modelos mentais passam a ser vistos como estratégia arriscada do pensamento)

Ampère a meta é: "...escolher ao modo mais radical de abordagem conceitual da matematização [do conhecimento experimental] ...de encurtar a distância entreo discurso matemático os dados concretos, o qual está destinado a informar e elucidar"

Física moderna pertence a este novo momento

É impossível pensar diretametne o mundo empírico sem a ajuda de um simbolismo matemático altamente sofisticado – por exemplo a Física Quantica, a Teoria da Relatividade geral etc

Confronto real e simbólico

Matemática foi progressivamente adequada à representação da realidade física ao longo do tempo
Relaçao historicamente construída

Na escola, drama ausente:

Matemática é, por força de **origem**, linguagem da Física

Obstáculo epsitemológico =>Obstáculo-pedagógico

Matemática e os problemas no ensino

- Na dimensão do ensino, a matemática como problema **instrumental** no ensino/aprendizagem de Física
  - Para muitos estudantes, equações matemáticas como meras fórmulas,
  - Para muitos professores, matemática somente uma **ferramenta** do método empírico-indutivo,

- Matemática barreira intransponível para muitos estudantes. Por que?

- A linguagem passiva na comunicação;
- Apenas veículo codificado da informação;
- Palavras como descritores de objetos-coisas presentes no mundo
- Descrição de coisas/relações pré-existentes na Realidade.
- Economia sintática.
- Objetividade

Linguagem e Pensamento

. *Articulação entre conceitos*

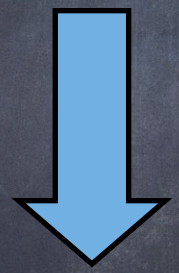
Construção de significados

FUNÇÃO ESTRUTURANTE

- A linguagem servindo para dar forma às nossas idéias e permitindo-nos lidar com elas (Bronowski, 1983): estrutura o mundo imaginário do pensamento.

Linguagem na ciência

- Linguagem nominalizada (descritiva);
- Linguagem pública: Isenta, impessoal e segura;
- Não permeia o processo de produção do conhecimento;



- Linguagem presente na fase FINAL da pesquisa
- (SUTTON)

Fase inicial

- Linguagem menos estável;
- Aspectos pessoais, especulações, idéias provisórias;
- **Linguagem interpretativa (Sutton)**:
  - Pensamento metafórico e analógico;
  - Pouca clareza e precisão;
  - Recurso interrogativo.

- Robert Boyle, 1660:

- Especulações sobre propriedade elástica do ar:

- Da estrutura das partículas elásticas do ar podemos formar-nos diversas concepções [...] alguém pode pensar que as partículas são como molas de relógios, enrolados, que tentam abrir-se [...] Outros podem imaginar uma porção de ar como se fosse um conjunto de grupos de tecido retorcido, o qual ao ser comprimido [...] pode fazer um contínuo esforço para estirar-se, e impulsionar as partículas vizinhas [...] Também recordo que, entre outras comparações deste tipo, tenho imaginado as partículas doar como os cavacos muito finos de madeira que os carpinteiros e montadores costumam produzir com suas ferramentas [...] e talvez você possa preferir esta comparação porque [...] estes cavacos são produzidos a partir de corpos, que não pareciam nem eram suspeitos de serem elásticos em todo seu volume, como as vigas ou blocos [...]

Caracterização da Linguagem

- Uso de Analogias:
- Partículas **como** molas de relógios;
- Porção de ar **como se** fosse um grupo de tecidos retorcidos;
- Partículas do ar **como** os cavacos muito finos de madeira;

Linguagem interpretativa:

- Fase inicial do processo:
- compromissos, pessoalidade e insegura;

- É poética e utiliza metáforas e analogias;
- Recorre à forma interrogativa;

- *A linguagem interpretativa está relacionada tanto ao processo de estudo de dado fenômeno quanto ao estágio do conhecimento científico de cada época.*

- Linguagem e recursos argumentativos adequados ao período;
- Linguagem interpretativa para idéias em estruturação;
- Linguagem descritiva para conhecimento consensual entre os pares;
- Consolidação da linguagem "supracultural" matemática na ciência: universalização do conhecimento.

Linguagem estruturada

- Interlocutores de cada época e local;
- Termos, conceitos e princípios: grau de estabilidade na comunidade;
- *Linguagem nominalizada utilizada na divulgação da ciência não reflete as características das fases iniciais e intermediárias da pesquisa científica.*
- *Na Física e em outras ciências, matemática é a linguagem que estrutura o mundo.*

Linguagem matemática na Física

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = q_{int}$$

- Matemática = articulação entre conceitos no interior da teorias
- Construção de significados
- **Definição parâmetros de comparação com a experiência**
- **Previsão de fenômenos**

Matemática como Estruturante do Mundo

- Matemática é a maneira de estruturarmos nossas idéias sobre o mundo físico
- Sua importância está no papel *estruturante* que ela pode desempenhar quando do processo de produção de objetos que irão se constituir nas representações do mundo físico

- Realidade não é ponto de partida, mas de chegada das interpretações científicas

História da Física

TEORIA ELETROMAGNÉTICA
século XIX - Faraday, Thomson e Maxwell

Introdução de LINHAS DE CAMPO – ação mediada

⇩

NOVA ESTRUTURAÇÃO
Conceitual (campo) – matemática (equações diferenciais)

⇩

ONDAS PREVISTAS TEORICAMENTE

DECORRÊNCIA DA
ESTRUTURAÇÃO MATEMÁTICA

INTERFACE TEORIA-REALIDADE

"MODELO TEÓRICO" (PROPRIEDADES DO REAL CONECTADAS AO TEÓRICO - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL)

$\Downarrow$

ESTRUTURAÇÃO MATEMÁTICA COMANDA O FUNCIONAMENTO DA REALIDADE

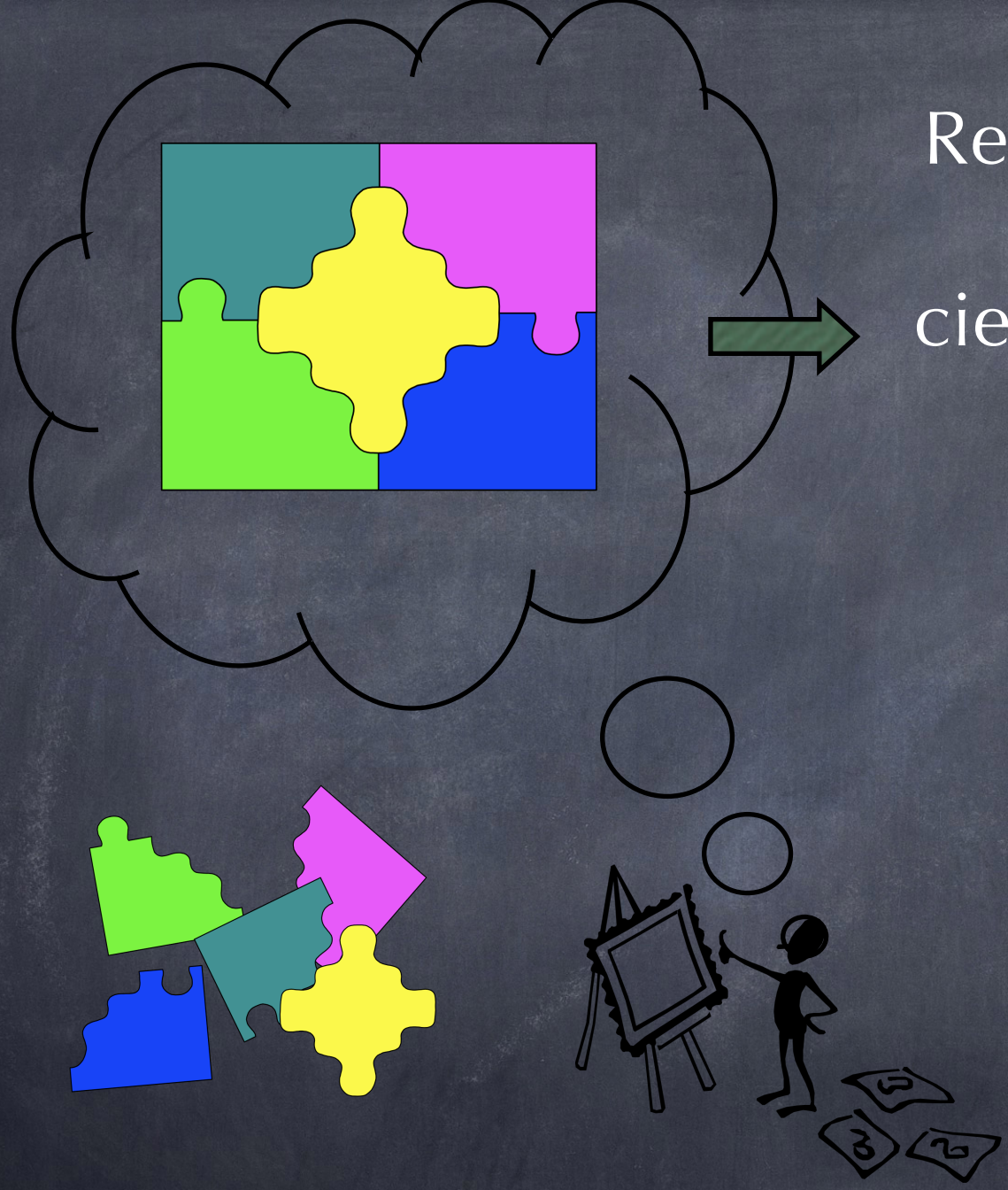
BUNGE

ISOMORFISMO FUNCIONAL:

ESTRUTUTURAÇÃO MATEMÁTICA
ATRIBUÍDA AO REAL.

MÉTODO TEM MOSTRADO SUA EFICIÊNCIA AO LONGO DOS ÚLTIMOS TRÊS SÉCULOS

EXEMPLO: Plutão, pósitron, curvatura do espaço, etc



Regras de organização de conceitos científicos/organização emprestadas das matemáticas

Ciência representada através das Estruturas Matemáticas

- Matemática, enquanto linguagem, empresta sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo
  - Matemática: "um pensamento seguro de sua linguagem" Bachelard
- Produtos da pesquisa científica são frutos de tentativas de estruturar representações sobre o mundo e sofrem modificações de tempos em tempos

- "Desde que a realidade é apreendida pela consciência, pelo pensamento, desde que ela é, no mínimo, representada, tudo ocorre como se alguma coisa em sua totalidade e exterioridade de realidade material lhe fosse roubada para ser transplantada num espaço diferente, o do pensamento conceitual, onde adquire um **sentido** e uma **função**..." (Paty, 1989)

- A linguagem matemática parece dar **sentido** e **função** as 'coisas' roubadas da realidade pelo pensamento

Epistemologia e Educação

- A educação em ciências sem uma boa fundamentação epistemológica corre o risco de tomar por essencial o acessório e acessório o essencial nos processos de ensino-aprendizagem

- Risco de inviabilizar a apreensão dos processos e produtos da ciência pelos alunos em geral

Implicações pedagógicas

I. DOMÍNIO MATEMÁTICO NÃO GARANTE SUCESSO NA ESTRUTURAÇÃO TEÓRICA DA FÍSICA

II. SABER MATEMÁTICA

$\neq$

APREENDER O MUNDO ATRAVÉS DA MATEMÁTICA

- Dois modos de uso da matemática(Pietrocola, 2008):
  - ***Habilidades técnicas*** : de lidar com regras e propriedades do sistemas matemáticos
  - ***Habilidades estruturantes*** : de usar a matemática para organizar domínios externos (mundo físico, mundo a economia, mundo dos seres vivos, etc.)
- Primeira habilidade pode ser desvolvida for a do ensino da Física.
- A segunda não!
- Aprendizagem da primeira não se transfere automaticamente para a segunda
- Episódios históricos podem ajudar a revelar dificuldades dos pensamento científico encontrados na busca de estrturaçao de campos fenomenológicos

- **Simplification** - The method that incorporates interpretation-idealization-application in the process of constructing a physical-mathematical model(s) for real world phenomena (Uhden *et al.* (2012) stress the idealization only).

- **Mathematization** - Representing the resulting model(s) in a mathematical manner (Redish (2006) calls the two processes together "modeling").

- **Derivation** - A change from one mathematical representation to another, but including mathematical logic and sometimes blending physical insights about the equations and their evolution (Kuo *et al.* 2012).

- **Technical use of mathematics** - Manipulations that do not involve explicit physical thinking or mathematical logic (Pietrocola (2008) distinguishes between the last two processes and calls them "structural skills" and "technical skills").

- **Interpretation** - The inferences and ramifications of applying the mathematical representation(s) back to the physical system.

- **Evaluation** - Checking whether the inferred physical system is in accord with the real-world.

- Each of these six processes can be viewed as a skill in the physicist's toolbox (Redish & Kuo, 2015). The roles of the models in the Phys-Math interplay are described in figure 1 (Uhden *et al.* 2012).

- These models were suggested to help teachers explicate the role of math in physics for students (Redish & Kuo 2015). One can apply the model of

- of awareness to this role are better expert in teaching physics (Mason, 1998, 2002, Merzel, Lehavi, Segal, Baram & Eylon 2018) and so, might guide their students to use the model and apply it while studying physics.

- growth in the awareness of teachers and claim that teachers with greater level

Modelo de relação entre Matemática e Física

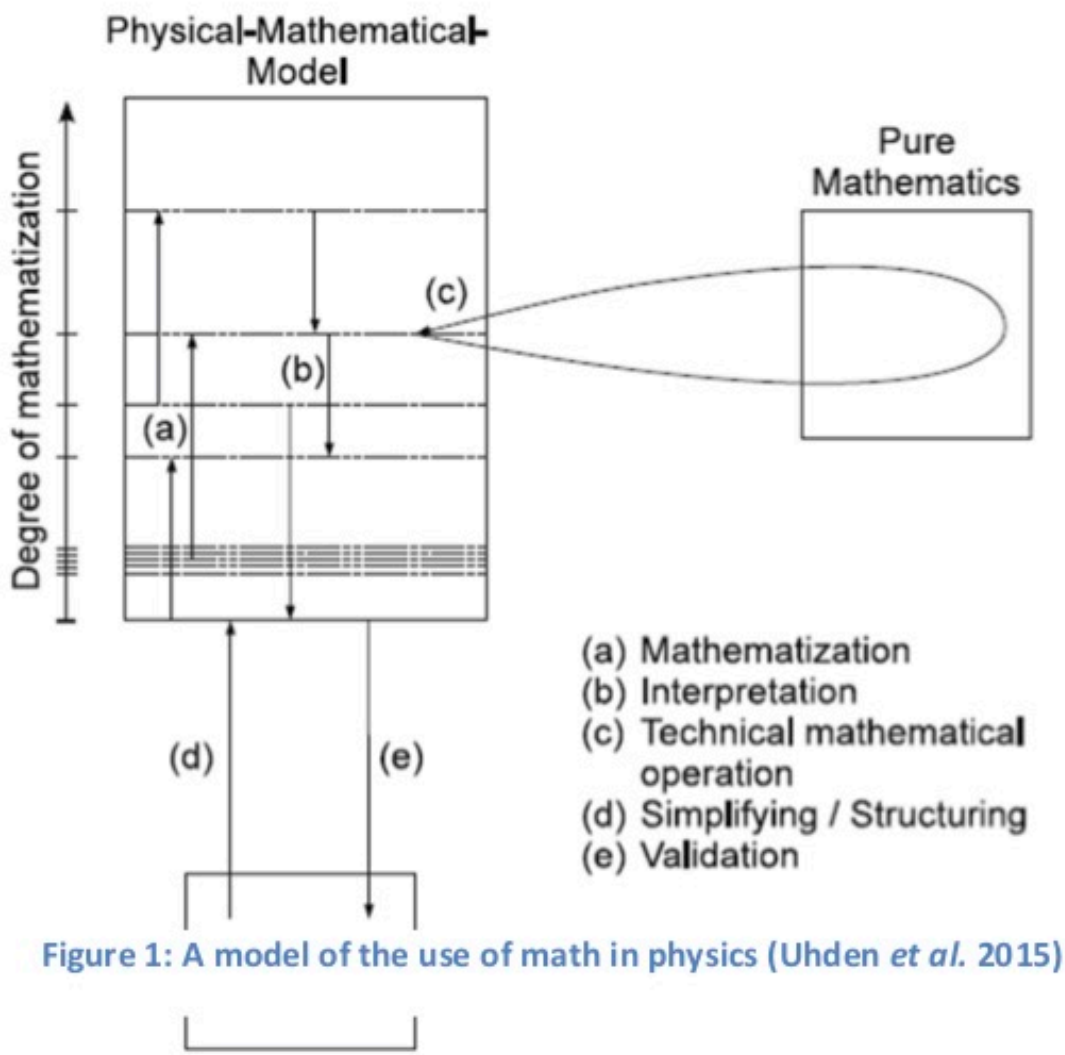


Figure 1: A model of the use of math in physics (Uhden *et al.* 2015)

ATIVIDADE MODELIZAÇÃO MATEMÁTICA

2) PVC

O PROBLEMA : Qual a relação entre o comprimento da circunferência externa (C) (o mesmo que perímetro) e o diâmetro externo (d) de fatias de PVC.

COMO PROCEDER :

1) Observar as peças e verificar o que ocorre com o perímetro da fatia de PVC quando o diâmetro aumenta.

APOSTA :

_____

_____

2) Realizar as medidas de diâmetro e comprimento externo de cada fatia e preencher a tabela.

Obs. : Não esqueça dos algarismos significativos

diâmetro d(cm)	comprimento C(cm)

diâmetro d(cm)	comprimento C(cm)

ANÁLISE DOS DADOS :

a) Construir o gráfico C x d.

b) Verificar a distribuição dos pontos.

c) Traçar a melhor "curva".

d) Determinar a inclinação da reta. (Escolher dois pontos sobre ela, efetuar a diferença entre esses pontos em cada eixo, etc)

e) Determinar a constante de proporcionalidade.

CONCLUSÃO :

Questões :

a) O que se pode dizer da relação existente entre C e d ? Por que?

b) Para esta atividade o que significa a constante de proporcionalidade ?

c) É possível generalizar esta atividade ?

d) Como é a expressão algébrica que representa a relação entre C e d para o seu gráfico ? e para os gráficos de seus colegas ? Qual a diferença entre eles ?

e) Você teve a disciplina Desenho, na 8ª série, e nela você estudou que o diâmetro de uma circunferência é igual a duas vezes o raio, ou seja $d = 2.R$, então como você poderia escrever a expressão algébrica que relaciona o comprimento (C) e o raio (R) de uma circunferência ?

Atividade sobre Modelização Matemática

PARTE I - Considere os problemas abaixo:

1)Uma força constante de intensidade F = 50N atua sobre um corpo numa direção que forma 60º com seu deslocamento horizontal. Sabendo que ele percorre 10m, determine o trabalho realizado por essa força.

2)Calcule o momento do binário aplicado à barra de 2m de comprimento conforme o esquema a seguir considerando positivo o sentido horário.

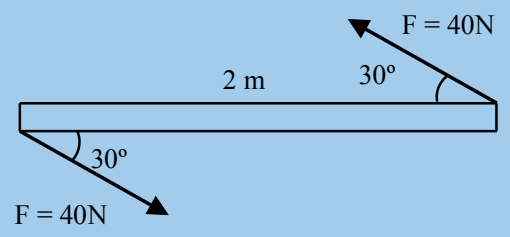


Figura 1: Barra submetida a um binário. Problema 2. Criada pelos autores.

3)Uma pequena esfera eletrizada com carga q = 3 μC desloca-se com velocidade $|\vec{v}|$ = 300 m/s, cuja direção forma um ângulo de 30º com o vetor campo magnético $|\vec{B}| = 5.\ 10^{-2}$ T. Qual é o módulo da força magnética que agirá sobre a carga?

PARTE II - Apesar da relevância das funções trigonométricas no cálculo de projeções de vetores, as mesmas desempenham um papel possivelmente ainda mais importante para a descrição de certos fenômenos físicos. Em seguida considere três outros problemas:

A. Um corpo de massa *m* está preso a uma mola de constante elástica *k*. O mesmo é deslocado uma distância *A* de sua posição de equilíbrio e então solto. Desprezando a ação de forças dissipativas, determine a posição do corpo em função do tempo.

B. Uma onda transversal progressiva é gerada em uma corda. Conhecendo os valores da amplitude da onda (A), de sua velocidade de propagação (v) e da freqüência da fonte (f), escreva uma função que relacione a altura (y) de um determinado ponto da corda em função de sua posição (x) e do instante de tempo (t), ou seja, ($y = f(x,t)$).

C. Um circuito LC (indutância L e capacitância C) é construído como mostra o esquema da figura. Considerando que a carga inicial no capacitor é Q_o, determine a carga no mesmo em função do tempo.

Pergunta: Obtenha as funções que representam os fenômenos acima.

- Skill: Mathematization: [“**Increase of Content through Translation into a Mathematical Language**” (Zahar, 1980)]

- “...scientist may start from an intuitive physical principle. Through being translated into some mathematical theoryavailable at the time, the principle is generally modified: it may in particularacquire some surplus structure..”(zahar,ibid)

- Fresnel and the case of ligh as a wave.

  - start as a weaker assumption ....pass a more strong with the mathematical formulation:

$$\sin(2\pi t/T).$$

- skill: **reification**[Realistic Interpretationof Mathematical Entities (Zahar, 1980)]

- "The usual method in theoretical physics is to give mathematical expression to some physical hypothesis, then use logico- mathematical techniques to draw consequences from the hypothesis."(Zahar)

  increase in the empirical content of a given theory -

  part of the mathematical scaffolding becomes physically meaningful, hence testable, at least in principle -Dirac and positron.

other un explored historical cases

- debate of choosing the best mathematical formalism to organize the electromagnetic theory during the 19th century - Polar And Axial Vectors Versus Quaternions - (Silva e Martins, 2002)

Considerações Finais

- Esperar que nossos estudantes incorporem naturalmente a linguagem matemática como um instrumento do pensamento científico – posição didática ingênua
- O uso da matemática na Física resultado de séculos e deve ser ensinada.

Ações no contexto do Ensino de Física

Capacitar alunos na modelização Matemática:

- Habilidades experimentais
- Habilidades matemáticas
- Criatividade na construção de conceitos
- Operacionalização de modelos -
- Relações teoria/realidade

REFERÊNCIAS

- CUPANI, A., PIETROCOLA, M.: 2002.
- A relevância da epistemologia de Mario Bunge para o Ensino de Ciências In *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*. , v.19, 97-122
- Pietrocola, M. 1999. Construção e Realidade: o realismo científico de Mário Bunge e o ensino de ciências através de modelos. In *Investigações em ensino de ciências*, no. 3, 4:1-22. UFRGS, Porto Alegre, RS.
- PIETROCOLA, M.: 2002 "A matemática como estruturante do conhecimento físico, *Caderno Brasileiro do Ensino de Física*, v.17, n.1, p.93-114, 2002.
- _____ : 2005, LINGUAGEM E ESTRUTURAÇÃO DO PENSAMENTO NA CIÊNCIA E NO ENSINO DE CIÊNCIAS,, in *Ciência, Filosofia e História*; Pietrocola, M. e Freire, O. (org.), discurso editorial, 2005.
- . SILVA, C. C., PIETROCOLA, Maurício. 2007.
- The structuring role of mathematics in physical knowledge: a historical case study, In *International Journal of Science Education*, (submetido).

- Bunge, M.(1973). Philosophy Of Physics. Dordrecht: Reidel.
- Bunge, M. (1985) Teoría Y Realidad. Barcelona, Ariel, 1985
- Hesse, (1972) Hesse, M.: 1972, 'Models and analogy in science'. In P. Edwards (ed.) The encyclopedia of philosophy, MacMillan, New York, vol. 5, pp. 354-359.
- Zahar (1980), "Einstein, Meyerson and the Role of Mathematics in Physical Discovery", The British Journal for the Philosophy of Science,1980 vol. 31 (1) pp. 1-43.
- Paty, M. (1988), Matière Derobée, Editions Des Archives Contemporaines, Paris, France.
- Paty, M, (1993), Einstein Philosophe, Puf, Paris, 1993
- Paty, M. (1999) - Conference On The Philosophy Of Marx Wartofsky, New York, New School University, 5-6 March 1999 (March The 6th) -"The Idea Of Quantity At The Origin Of The Legitimacy Of Mathematization In Physics"

- Paty, M. (2000), "Deepening Of The Mathematics, Widening Of The Rationality" - In Homage To Professor Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, Museum Of Astronomy And Sciences ((Mast/Cnpq), Rio De Janeiro, 22 May, 22th Of 2000)
- Pietrocola, M. (2008). Mathematics as structural language of physical thought. In M. Vicentini & E. Sassi (Eds.), Connecting research in physics education with teacher education (Vol. 2). International Commission on Physics Education.
- Poincare, H. (1897). Les Rapports De L'analyse Et De La Physique Mathématique, Revue Générale Des Sciences Pures Et Appliquées 8, 1897, 857-861.
- Silva (2007) The Role of Models and Analogies in the Electromagnetic Theory: A Historical Case Study. Science & Education (2007) vol. 16 (7-8) pp. 835-848
- Silva, C. C. & Martins, R. A. (2002) Polar And Axial Vectors Versus Quaternions. American Journal Of Physics 70: 958-63, 2002.
- STEINER, M. The Application of Mathematics to Natural Science. The Journal of Philosophy, v. 86, n° 9, septembre 1989,) pp. 449-480
- Wigner, (1960), "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences" -
- Vigotsky, L.C. (1985) Thought And Language, Cambridge, Ma: The Mit Press, 1985